الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | **الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | **دورة: 2016**

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات | **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0، 2^1 ، 2^2 ، 2^3 و 2^4 على العدد 5 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون : $2^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5 .

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $2^{2016}+2+n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $u_n = 3n-2$.

1) احسب u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3.

2) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية و عيّن أساسها .

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) بيّن أنّ العدد 1954 حدّ من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته.

5) أ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

ب) عيّن العدد n بحيث يكون : $S_n = 328$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{4-x}{x+1}$.

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما -5 يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4) أنشئ المماسين (T_1) و (T_2) و المنحنى (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$.

جـ) ادرس حسب قيّم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .

د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $8^{2n} \equiv 1[9]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعي n بحيث يكون العدد $8^{2n}+4^n+1$ مضاعفاً للعدد 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) التي أساسها 3 وحدّها الأول u_0 وتحقّق: $u_0+u_1+u_2+u_3=10$.

1) احسب الحد الأوّل u_0.

2) اكتب الحد العام u_n بدلالة n.

3) عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_n=145$.

4) احسب المجموع S بحيث: $S=u_0+u_1+...+u_{49}$.

5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة: $v_n=2u_n+3$.

احسب المجموع S' بحيث: $S'=v_0+v_1+...+v_{49}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=x^3-6x^2+9x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=(3x-3)(x-3)$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكِّل جدول تغيّراتها.

3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E ذات الفاصلة 2.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)-(-3x+8)=(x-2)^3$.

جـ) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المماس (T).

د) برّر أنّ E نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=x(x-3)^2$.

ب) جِد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5) احسب $f(4)$ ثم أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f).

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	مجموع
التمرين الأوّل: (**06** نقاط)		06
1. أ) $4^3 \equiv 1[9]$.	01	
ب) $4^{3k} \equiv 1[9]$	01	
جـ) $4^{3k} \equiv 1[9]$ ، $4^{3k+1} \equiv 4[9]$ ، $4^{3k+2} \equiv 7[9]$	01	
د) $2015 \equiv -1[9]$ ومنه $2015^{2016} \equiv 1[9]$	01	
2. أ) $8^2 \equiv 1[9]$ و منه $8^{2n} \equiv 1[9]$	01	
ب) $8^{2n}+4^n+1 \equiv 4^n+2[9]$ و منه $4^n \equiv 7[9]$ ومنه $n=3k+2$ حيث $k \in \mathbb{N}$.	01	
التمرين الثاني: (**06** نقاط)		06
1. $4u_0+6r=10$ ومنه $u_0=-2$	01,50	
2. من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=3n-2$.	01,50	
3. $n=49$.	0,50	
4. $S=3575$.	01	
5. $S'=7300$.	01,50	
التمرين الثالث: (**08** نقاط)		08
1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	01	
2. أ) $f'(x)=3x^2-12x+9$.	0,50	
ب) استنتاج اتجاه التغيّر وتشكيل جدول التغيّرات.	01	
3. أ) معادلة المماس $(T): y=-3x+8$.	01	
ب) تبيان المساواة : $f(x)-(-3x+8)=(x-2)^3$.	01	
جـ) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T).	0,50	
د) المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) و يغير وضعيته في النقطة $E(2;2)$.	0,50	
4. أ) تبيان المساواة: $f(x)=x(x-3)^2$.	0,50	
ب) نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هما: $O(0;0)$ ، $A(3;0)$	01	
5. انشاء المماس (T) و المنحنى (C_f).	01	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		**التمرين الأوّل:** (**05** نقاط)
	01,25	1. $2^0\equiv1[5]$، $2\equiv2[5]$، $2^2\equiv4[5]$ ، $2^3\equiv3[5]$، $2^4\equiv1[5]$.
	01	2. أ) $2^4\equiv1[5]$ ومنه $2^{4n}\equiv1[5]$
	0,75	ب) $2016=4\times504$ اذن $2^{2016}\equiv1[5]$.
	02	3. لدينا . $2^{2016}\equiv1[5]$ ومنه $2^{2016}+2+n\equiv0[5]$ معناه $n+3\equiv0[5]$ أي $n\equiv2[5]$ $n=5k+2$ $(k\in\mathbb{N})$.
07		**التمرين الثاني:** (**07** نقاط)
	01	1. حساب الحدود $u_0=-2$ ، $u_1=1$ ، $u_2=4$ ، $u_3=7$
	01,50	2. (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=3$ لأنّ $u_{n+1}-u_n=3$.
	0,50	3. اتجاه تغير المتتالية : متزايدة تماما $r>0$
	01,50	4. نضع $u_n=1954$ معناه $n=652\in\mathbb{N}$ إذن 1954 حد من حدود المتتالية رتبته 653.
	01,50	5.أ) المجموع S_n: $S_n=\frac{(n+1)}{2}(3n-4)$.
	01	ب) $s_n=328$ يعني $\frac{(n+1)}{2}(3n-4)=328$ ومنه $3n^2-n-660=0$ ، $(n=15)$.
08		**التمرين الثالث:** (**08** نقاط)
	01,5	1. أ. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-1$
	01	ب. الاستنتاج: (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين: $x=-1$ ، $y=-1$.
	01 0,50	2. اتجاه تغير الدالة f ، جدول تغيراتها .
	02	3. $f'(x)=-5$ معناه $x=0$ أو $x=-2$. كتابة معادلتي المماسين (T_1) و (T_2): $(T_1):y=-5x+4$ ، $(T_2):y=-5x-16$
	02	4. إنشاء المماسين (T_1)، (T_2) و المنحنى (C_f).